

第4讲 二次函数的实际应用

一、面积问题

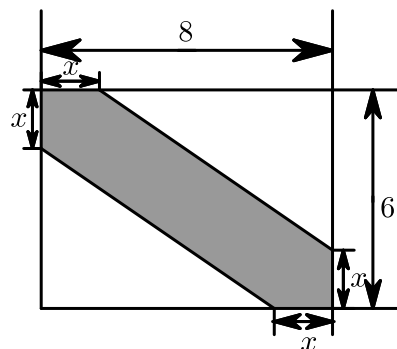
面积最大值问题，一般先应用几何图形的面积公式，写出图形的面积与边长之间的关系，列出方程，按照二次函数求最大值的方法，结合二次函数性质和自变量的取值范围确定最大面积。

【注意】自变量的取值范围

🍌 举个“栗”子

栗子1

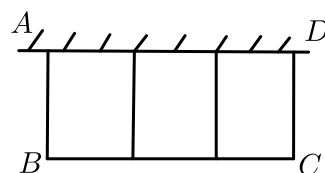
1. 某景区内有一块矩形油菜花田地（数据如图示，单位： m 。）现在其中修建一条观花道（图中阴影部分）供游人赏花。设改造后剩余油菜花地所占面积为 $y\text{m}^2$ 。



- (1) 求 y 与 x 的函数表达式。
- (2) 若改造后观花道的面积为 13m^2 ，求 x 的值。
- (3) 若要求 $0.5 \leq x \leq 1$ ，求改造后剩余油菜花地所占面积的最大值。

栗子2

2. 如图，在一面靠墙的空地上用长为 24 米的篱笆，围成中间隔有二道篱笆的长方形花圃，设花圃的宽 AB 为 x 米，面积为 S 平方米。



- (1) 求 S 与 x 的函数关系式及自变量的取值范围；
- (2) 当 x 取何值时所围成的花圃面积最大，最大值是多少？
- (3) 若墙的最大可用长度为 8 米，则求围成花圃的最大面积。

栗子3

3. 某农场拟建一间矩形种牛饲养室，饲养室的一面靠现有墙（墙足够长），已知计划中的建筑材料可建围墙的总长为 50m ．设饲养室长为 $x(\text{m})$ ，占地面积为 $y(\text{m}^2)$ ．



- (1) 如图 1，问饲养室长 x 为多少时，占地面积 y 最大？

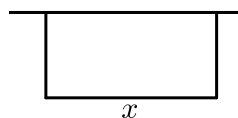


图 1

- (2) 如图 2，现要求在图中所示位置留 2m 宽的门，且仍使饲养室的占地面积最大，小敏说：“只要饲养室长比 (1) 中的长多 2m 就行了。”请你通过计算，判断小敏的说法是否正确．

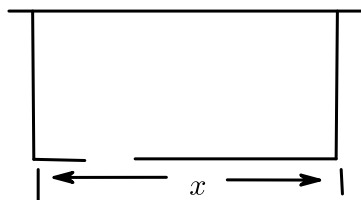


图 2

二、利润问题

利润问题通常是先求两个变量之间的一次函数关系，再求二次函数关系，然后转化为二次函数的最值，利用图象解决问题。

【注意】实际问题注意自变量的取值范围

常用公式：

- ① 销售额=_____；
- ② 总利润=_____；
- ③ 每件利润=_____；
- ④ 利润率=_____。

 举个“栗”子

 栗子4

4. 已知超市中某商品的进价为每件 20 元，售价为每件 30 元，每个月可卖出 180 件，如果每件商品的售价每上涨 1 元，则每个月就会少卖出 10 件，但每件售价必须低于 34 元，设每件商品的售价上涨 x 元（ x 为非负整数），每个月的销售利润为 y 元．

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式，并直接写出自变量 x 的取值范围。
- (2) 利用函数关系式求出每件商品的售价为多少元时，每个月可获得最大利润？最大利润是多少？
- (3) 利用函数关系式求出每件商品的售价定为多少元时，每个月的利润恰好是 1920 元？这时每件商品的利润率是多少？

栗子5

5. 俄罗斯世界杯足球赛期间，某商店销售一批足球纪念册，每本进价 40 元，规定销售单价不低于 44 元，且获利不高于 30%，试销售期间发现，当销售单价定为 44 元时，每天可售出 300 本，销售单价每上涨 1 元，每天销售量减少 10 本，现商店决定提价销售。设每天销售量为 y 本，销售单价为 x 元。
- (1) 请直接写出 y 与 x 之间的函数关系式和自变量 x 的取值范围。
 - (2) 当每本足球纪念册销售单价是多少元时，商店每天获利 2400 元。
 - (3) 将足球纪念册销售单价定为多少元时，商店每天销售纪念册获得的利润 w 元最大。最大利润是多少元。

栗子6

6. 水果店张阿姨以每斤 2 元价格购进某种水果若干斤，然后以每斤 4 元的价格出售，每天可售出 100 斤。通过调查发现，这种水果每斤的售价降低 0.1 元，每天可多售出 20 斤。为了保证每天至少售出 260 斤，张阿姨决定降价销售。
- (1) 若将这种水果每斤的售价降低 x 元，则每天的销售量是 _____ 斤（用含 x 的代数式表示）。
 - (2) 销售这种水果要想每天盈利 300 元，张阿姨需将每斤的售价降低多少元？
 - (3) 当每斤的售价定为多少元时，每天获利最大？最大值为多少？

三、拱桥问题

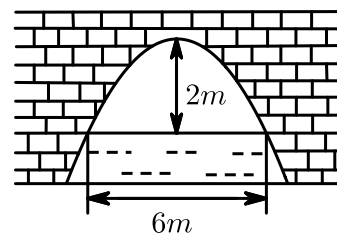
利用二次函数解决抛物线的隧道、大桥和拱门等实际问题时，要恰当地把这些实际问题中的数据落实到平面直角坐标系中的抛物线上，从而确定抛物线所对应的函数解析式，通过解析式解决一些测量问题或其他问题。

【注意】构建二次函数模型时，**建立适当的平面直角坐标系**是关键。

举个“栗子”

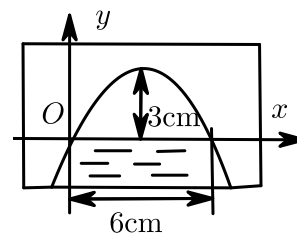
栗子7

7. 如图，一抛物线型拱桥，当拱顶到水面的距离为 2m 时，水面宽度为 6m，那么水位下降 1m 时，水面的宽度为 () m。



- A. $2\sqrt{6}$ B. $3\sqrt{6}$ C. $3\sqrt{10}$ D. 8

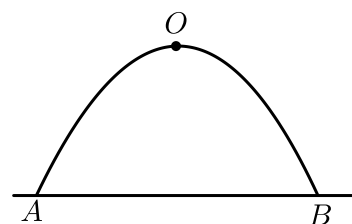
8. 如图是抛物线形的拱桥，当拱顶离水面 3m 时，水面宽 6m .



- (1) 建立如图所示的平面直角坐标系，求抛物线的解析式 .
 (2) 如果水面上升 1m ，则水面宽度减少多少米？

栗子8

9. 某隧道洞的内部截面顶部是抛物线形，现测得地面宽 $AB = 10\text{m}$ ，隧道顶点 O 到地面 AB 的距离为 5m .



- (1) 建立适当的平面直角坐标系，并求该抛物线的解析式 .
 (2) 一辆小轿车长 4.5m ，宽 2m ，高 1.5m ，同样大小的小轿车通过该隧洞，最多能并排行驶多少辆？

四、 轨迹问题

此题型将运动路线抽象为所给直角坐标系中的抛物线，正确地建立二次函数模型，准确地将已知数据转化为点的坐标，用待定系数法求出解析式，通过解析式解决一些测量问题或其他问题 .

举个“栗子”

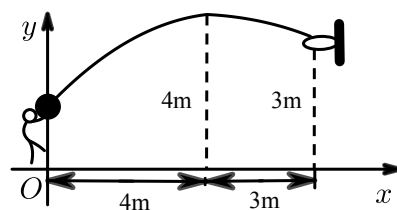
栗子9

10.

已知飞机着陆后滑行距离 y (单位: m) 关于滑行的时间 t (单位: s) 的函数解析式是

$y = 60t - 1.5t^2$, 那么飞机着陆后滑行 _____ s 才能停下来.

11. 在一次篮球比赛中, 如图队员甲正在投篮, 已知球出手时离地面 $\frac{20}{9}\text{m}$, 与篮圈中心的水平距离为 7m , 球出手后水平距离为 4m 时达到最大高度 4m , 设篮球运行轨迹为抛物线, 篮圈距地面 3m .



- (1) 建立如图所示的平面直角坐标系, 问此球能否准确投中?
- (2) 此时, 对方队员乙在甲面前 1m 处跳起盖帽拦截, 已知乙的最大摸高为 3.1m , 那么他能否获得成功?
12. 如图, 一小球沿与地面成一定角度的方向飞出, 小球的飞行路线是一条抛物线, 如果不考虑空气阻力, 小球的飞行高度 y (单位: m) 与飞行时间 x (单位: s) 之间具有函数关系 $y = -5x^2 + 20x$, 请根据要求解答下列问题:



- (1) 在飞行过程中, 当小球的飞行高度为 15m 时, 飞行时间是多少?
- (2) 在飞行过程中, 小球从飞出到落地所用时间是多少?
- (3) 在飞行过程中, 小球飞行高度何时最大? 最大高度是多少?